

NÁPOVĚDA K SOFTWAREVÉMU PRODUKTU OPTIMALIZACE NÁKLADŮ

1 ÚVOD

Tento text doplňující softwarový produkt ukazuje aplikaci uvedených přístupů na příkladu existujícího mostu se zbytkovou dobou životnosti 15 let, průměrnými náklady na zajištění bezpečnosti a průměrnými následky poruchy.

2 OPTIMALIZACE NÁKLADŮ

Očekávané celkové náklady C_{tot} mohou být obecně uvažovány jako součet očekávaných nákladů na kontrolu, údržbu, současné a budoucí modernizace a nákladů souvisejících s poruchou mostu. Optimalizované parametry d mohou popisovat odolnost, provozuschopnost, životnost, údržbu, kontrolu, strategii modernizace apod.

Předpokládá se, že optimalizovaný parametr d popisuje způsob zesílení mostu, avšak neovlivňuje kontrolu, údržbu ani budoucí opravy. Toto může být rozumný předpoklad pro mnoho praktických případů.

Obecně se náklady na modernizaci v době hodnocení skládají z:

- nákladů C_0 nezávislých na optimalizovaném parametru d (náklady spojené s návrhem, ekonomickými ztrátami v důsledku omezení dopravy nebo přerušení provozu, náklady na objízdných trasách apod.),
- nákladů C_m na jednotku optimalizovaného parametru d .

Dále se předpokládá, že náklady na modernizaci mohou být poměrně dobře odhadnuty na základě předchozích zkušeností.

Náklady na poruchu C_f – náklady spojené s následky poruchy mostu mohou zahrnovat (v závislosti na typu objektu):

- náklady na opravu, nebo nový most
- ekonomické ztráty (škody na vozidlech, zpoždění dopravy, poškození dopravní infrastruktury na objízdných trasách, ekonomické ztráty podnikatelských subjektů v dotčeném regionu atd.)
- sociální následky (náklady na zranění osob)
- nepříznivé dopady na životní prostředí (zvýšené emise CO_2 a spotřeba paliv na objízdných trasách)
- psychologické dopady (ztráta reputace).

Odhad nákladů C_f je důležitý a také velmi obtížný krok při optimalizaci nákladů. Do odhadu je důležité zahrnout nejen přímé následky poruchy (následky poruchy jednotlivých prvků), ale také nepřímé následky (částečná nebo úplná ztráta funkčnosti celého mostu nebo dotčené silniční trasy).

Náklady na poruchu a modernizaci se musí vyjádřit pro stejný časový okamžik. Náklady na modernizaci jsou běžně stanoveny v aktuální ceně. Všechny očekávané náklady na poruchy, které mohou nastat během zbytkové životnosti, by se měly stanovit podobně, a to v aktuálních cenách. To vede k očekávaným nákladům na poruchu:

$$E[C_f(t_{\text{ref}}, d)] = \int_{t_{\text{ref}}} C_f(t) \pi_f(t, d) dt \approx C_f \int_{t_{\text{ref}}} \pi_f(t, d) dt \quad (1)$$

kde C_f značí aktuální hodnotu nákladů na poruchu; t_{ref} je zbytková životnost; a $\pi_f(t,d)$ je podmíněná pravděpodobnost daná vztahem:

$$\pi_f(t,d) = [p_f(t,d)]' / \{(1+q)^t \times [1 - p_f(t,d)]\} \quad (2)$$

kde $p_f(\cdot)$ značí pravděpodobnost poruchy; $(\cdot)'$ je derivace podle času a q je roční diskontní sazba (například 0.03 - průměrná dlouhodobá hodnota skutečné diskontní sazby v různých evropských zemích).

Při těchto předpokladech lze očekávané celkové náklady vyjádřit jako:

$$\text{V případě modernizace: } E[C_{tot}(t_{ref};d)] = C_0 + C_m d + C_f \int_{t_{ref}} \pi_f(t,d) dt \quad (3a)$$

$$\text{V případě přijetí současného stavu: } E[C_{tot}(t_{ref})] = C_f \int_{t_{ref}} \pi_f(t, d_0) dt \quad (3b)$$

kde d_0 je hodnota optimalizovaného parametru d před modernizací. Předešlé zkušenosti ukazují, že je vhodnější analyzovat relativní náklady vztažené k referenčním počátečním nákladům C_{ref} (náklady na nový konstrukční prvek/konstrukci identický s existujícím prvkem/konstrukcí). Rovnice (3a) a (3b) pak může být zapsána jako:

$$\text{V případě modernizace:} \quad (4a)$$

$$C_{tot}(t_{ref};d)/C_{ref} = c_{tot}(t_{ref};d) = C_0/C_{ref} + C_m/C_{ref} d + \frac{C_f}{C_{ref}} \int_{t_{ref}} \pi_f(t,d) dt = c_0 + c_m d + c_f \int_{t_{ref}} \pi_f(t,d) dt$$

$$\text{V případě přijetí současného stavu:} \quad c_{tot}(t_{ref}) = c_f \int_{t_{ref}} \pi_f(t, d_0) dt \quad (4b)$$

Náklady vztažené k C_{ref} budou nadále značeny malým písmenem „ c “. Poznamenejme, že symbol očekávaných nákladů užitý v rovnicích (1) a (3) je dále vynechán pro zjednodušení značení.

Celkové náklady C_{tot} a c_{tot} dosahují minima pro stejnou hodnotu optimalizovaného parametru d . Z rovnice (4a) se optimální hodnota optimalizovaného parametru d_{opt} (optimální strategie modernizace) může stanovit jako:

$$\text{minimum}_d c_{tot}(t_{ref};d) = c_{tot}(t_{ref};d_{opt}) \quad (5)$$

Z ekonomického hlediska je přijetí současného stavu vhodné, pokud náklady podle rovnice (4b) jsou menší než celkové náklady pro optimální modernizaci. Z rovnic (4a) a (5) vyplývá, že hodnota d_{opt} je nezávislá na c_0 .

3 SMĚRNÁ SPOLEHLIVOST ZALOŽENÁ NA MINIMALIZACI NÁKLADŮ

Optimální strategie modernizace by měla vést ke směrné spolehlivosti odpovídající hodnotě d_{opt} :

$$\beta_{up} = -\Phi^{-1}[p_f(t_{ref};d_{opt})] \quad (6)$$

kde $\Phi^{-1}(\cdot)$ je inverzní distribuční funkce normovaného normálního rozdělení.

Nicméně celkové náklady dané rovnicemi (4b) a (5) je potřebné porovnat, aby bylo možné rozhodnout, zda most modernizovat, či nikoliv. Limitní hodnota d_{0lim} optimalizovaného parametru d před modernizací je pak stanovena následovně:

$$c_f \int_{t_{ref}} \pi_f(t, d_{0lim}) dt = c_0 + c_m d_{opt} + c_f \int_{t_{ref}} \pi_f(t, d_{opt}) dt \quad (7)$$

Pro $d_0 < d_{0lim}$ je úroveň spolehlivosti existujícího mostu příliš nízká, následky poruchy budou vysoké a rozhodnutí k modernizaci dle optimální modernizační strategie povede k nižším celkovým nákladům. Naopak pro $d_0 > d_{0lim}$ je aktuální stav vyhovující a jakákoliv modernizace by vedla k vyšším celkovým nákladům. Minimální index spolehlivosti β_0 udává, odkdy most nevyhovuje spolehlivostním požadavkům a měla by být modernizována. Minimální index spolehlivosti se odvodí ze vztahu:

$$\beta_0 = -\Phi^{-1}[p_f(t_{ref}, d_{0lim})] \quad (8)$$

4 PŘÍPADOVÁ STUDIE

Aplikace postupu optimalizace nákladů je vysvětlena na příkladu hodnocení spolehlivosti obecného prvku „modelového mostu“. Referenční doba se rovná zbytkové životnosti. Analyzovaný prvek je vystaven stálému zatížení a zatížení dopravou. Neuvažuje se vliv degradace.

Optimalizovaný parametr d popisuje poměr odolnosti prvku k odolnosti požadované Eurokódy pro nové konstrukce. Nejdříve se spolehlivost prvku ověřila metodou dílčích součinitelů. Z deterministického hodnocení vyplývá, že spolehlivost je nedostačující ($d_0 \approx 0.75$).

4.1 Pravděpodobnostní analýza spolehlivosti

Pravděpodobnost poruchy získáme ze vztahu:

$$p_f(d, t) = P\{K_R R(d) - K_E [G + Q_{ref}] < 0\} \quad (9)$$

kde Q_{ref} je maximální hodnota zatížení dopravou vztažená k životnosti t_{ref} . Uvažované charakteristické hodnoty a použité pravděpodobnostní modely základních veličin, které jsou založené na doporučeních JCSS [1] a nedávné studii [2], jsou dány v tab. 1.

Tab. 1. Modely pro základní veličiny.

Veličina	Sym.	Rozdělení	x_k	μ_X / x_k	V_X
Odolnost před modernizací	R	lognormální	0.77	1.29	0.15
Stálé zatížení	G	normální	0.33	1	0.05
Zatížení dopravou (1 rok)	Q	Gumbelovo (max)	0.33	0.26	0.1
Nejistota odolnosti	K_R	lognormální	1	1	0.05
Nejistota účinků zatížení	K_E	lognormální	1	1	0.1

x_k = charakteristická hodnota; μ_X = průměr; V_X = variační koeficient.

Pro referenční dobu se průměrná hodnota zatížení dopravou upraví dle vztahu:

$$\mu_{Q,ref} = \mu_Q (1 + 0.78 V_Q \ln t_{ref}) \quad (10)$$

Index spolehlivosti $\beta = 2.3$ je nízký a spolehlivost prvku se zdá být nedostačující.

4.2 Vstupní údaje pro optimalizaci nákladů

Optimalizace celkových nákladů je založena na následujících předpokladech:

(1) Náklady související s poruchou společně s různými třídami následků CC (EN 1990 [3]) se mohou odhadnout z dat v [4]:

- $c_f = 1$ až 3 pro třídu následků CC1,
- $c_f = 5$ až 20 pro CC2,
- $c_f = 20$ až 50 pro CC3.

(2) Náklady na modernizaci C_0 nezávislé na optimalizovaném parametru d jsou dominantní kvůli ztrátám způsobeným omezeními dopravy, zatímco ostatní náklady (průzkumy a návrh) jsou zanedbatelné. Na základě zkušeností se uvažuje $c_0 = 0.17$. Pro specifické případy hodnocení konstrukce může být nutné hodnotu c_0 aktualizovat.

(3) Na základě dostupných statistických dat se mezní náklady c_m na jednotku optimalizovaného parametru mohou stanovit jako:

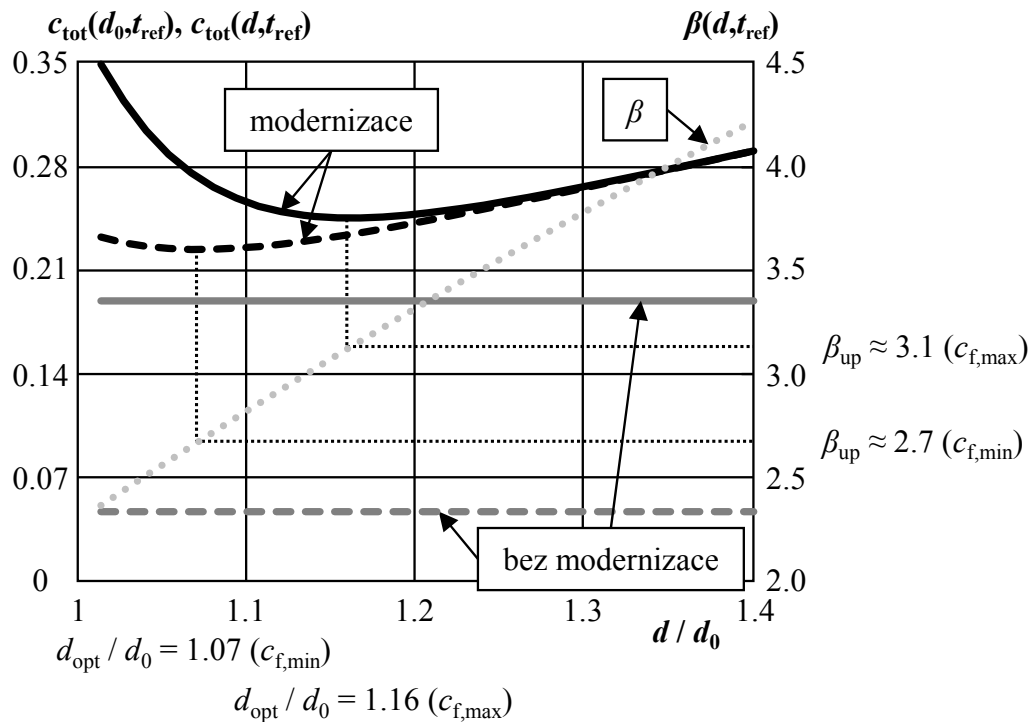
$$c_m \approx 0.25 d / d_0 - 0.23, \quad \text{pro: } 1 < d / d_0 < 1.5 \quad (11)$$

(4) Úroková sazba je $q = 3 \%$.

Předpokládá se, že rovnice (11), která je založena na dostupných zkušenostech s ocelovými prvky, vede pro většinu mostních konstrukcí k nižším nákladům c_m . Podobně jako pro c_0 vede rovnice k vyšším (konzervativním) hodnotám β_0 a β_{up} .

4.3 Optimalizace modernizace a rozhodnutí o modernizaci založené na optimalizaci nákladů

Celkové náklady dané rovnicí (4a) zohledňují pravděpodobnost poruchy (9) a jsou optimalizovány s ohledem na parametr d . Obrázek 1 ukazuje závislost celkových nákladů c_{tot} a indexu spolehlivosti β na optimalizovaném parametru d pro třídu následků CC2. Z obrázku vyplývá, že pro $c_{f,min}$ se provede modernizace tak, aby bylo dosaženo $\beta_{up} = 2.7$. Pro $c_{f,max}$ je optimální dosáhnout při modernizaci $\beta_{up} = 3.1$.



Obrázek 1. Celkové náklady a index spolehlivosti v závislosti na optimalizovaném parametru pro CC2 ($5 < c_f < 20$).

Užitím rovnic (7) a (8) se pro $c_{f,\min}$ a $c_{f,\max}$ získá minimální index spolehlivosti $\beta_0 \approx 1.7$ - 2.2 . Poznamenáme, že kritéria na bezpečnost osob by měla být brána v úvahu společně s ekonomickými aspekty, pokud porucha může ohrozit lidský život. Nedávná studie [5] ukazuje, že úrovně spolehlivosti pro bezpečnosti osob zpravidla rozhodují o směrné spolehlivosti mostů. Také se ukázalo, že úrovně spolehlivosti pro bezpečnost osob (připomeneme, že zde se uvažují stejné požadavky na bezpečnost osob u existujících i nových konstrukcí) jsou nižší, než směrné spolehlivosti pro navrhování konstrukcí v souladu s EN 1990 [3]. Tato zjištění lze vysvětlit následujícím způsobem:

- Pro existující mosty je modernizace nákladná a ekonomická kritéria vedou k optimální spolehlivostem nižším, než jsou požadavky na zajištění bezpečnosti osob.
- Pro nové mosty jsou náklady na zajištění spolehlivosti nižší a je možné (ekonomicky optimální) navrhovat na vyšší úrovně spolehlivosti, než které odpovídají požadavkům na lidskou bezpečnost.

LITERATURA

- [1] JCSS (2006) *JCSS Probabilistic Model Code*, Zurich: Joint Committee on Structural Safety, 2006. <<http://www.jcss.ethz.ch/>>.
- [2] Holický, M. & Sýkora, M. (2011) Conventional probabilistic models for calibration of codes. In *Proc. ICASP11*, eds. M.H. Faber, J. Köhler and K. Nishijima, Leiden: CRC Press/Balkema, pp. 969-976.
- [3] EN 1990 (2002) *Eurocode - Basis of structural design*, Brussels: CEN, 2002.
- [4] Kanda, J. & Shah, H. (1997) Engineering role in failure cost evaluation for buildings, *Struct.Saf.* Vol. 19, No. 1, pp. 79-90.
- [5] Sýkora, M. & Holický, M. (2012) Target reliability levels for the assessment of existing structures - case study (submitted for publication). In *Proc. IALCCE 2012*, eds. A. Strauss, K. Bergmeister and D.M. Frangopol, Leiden: CRC Press/Balkema, pp. 8.

TA01031314 Optimalizace bezpečnosti a životnosti existujících mostů

Softwarový produkt v Mathcadu je zaměřený na analýzu spolehlivosti a optimalizaci konstrukčních prvků mostních konstrukcí na zatížení dopravou. Je možné měnit parametry označené rámečkem, výsledky jsou vyznačeny žlutě.

Volba vstupních údajů a jednotlivé kroky optimalizace jsou vysvětleny v souboru "nápoveda". V produktu jsou odkazy na nápovědu označeny tučně a kurzívou.

1. Vstupní data

funkce mezního stavu a zápis veličin **vztah (9)** $Z(X) = R - KE \cdot (G + S) = X1 - X2 \cdot (X3 + X4)$

počet náhodných veličin

dílčí součinitele spolehlivosti

parametr zohledňující vliv stálého zatížení a zatížení dopravou

$$\chi := \frac{Q_K}{G_K + Q_K}$$

zbytková životnost

poměr aktuální a požadované odolnosti **oddíl 4**

parametry modelové nejistoty odolnosti **tab. 1**

parametry modelové nejistoty zatížení **tab. 1**

parametry odolnosti bez vlivu modernizace **tab. 1**

parametry aktualizované odolnosti



klikněte pro nápovědu

m ... průměr
V ... variační koeficient
s ... směrodatná odchylka
w ... šikmost

návrhová odolnost

$$rd = 0.61$$

charakteristická odolnost

$$rk = 0.77$$

charakteristické hodnoty podle kombinace zatížení (6.10a, 6.10b)

$$qk(\chi, d_0) = 0.33 \quad gk(\chi, d_0) = 0.33$$

variační koeficient pro roční maxima zatížení dopravou **tab. 1**

$$VQ1 := 0.1$$

variační koeficient stálého zatížení **tab. 1**

$$VG := 0.05$$

průměrná hodnota t-letých maxim zatížení dopravou **vztah (10)**

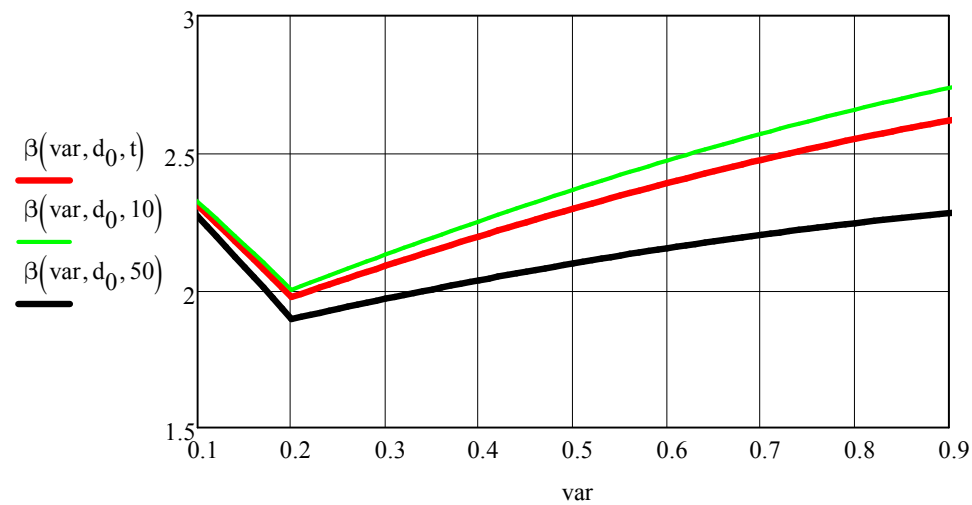
$$mQ(\chi, d_0, t) = 0.315$$

2. Analýza spolehlivosti

$$\chi = 0.50 \quad d_0 = 0.75$$

indexy spolehlivosti pro zbytkovou životnost 15 a 30 let

$$\beta(\chi, d_0, 15) = 2.30 \quad \beta(\chi, d_0, 30) = 2.18$$



Obr. 1. Index spolehlivosti vzhledem k poměru stálého a užitečného zatížení χ pro různé doby zbytkové životnosti

3. Optimalizace

3.1 Vstupní data

úroková sazba $q := 0.03$

empiricky stanovený poměr nákladů na modernizaci závislý na optimalizovaném parametru d (současná hodnota) **oddíl 4.2**

$$c_m(\chi, d, t) := 0.25 \cdot \frac{d}{d_0} - 0.23$$

empiricky stanovený poměr nákladů na modernizaci nezávislý na optimalizovaném parametru d (současná hodnota) **oddíl 4.2**

$$c_0 := 0.17$$

cf pro různé třídy následků (minimální-maximální hodnota) **oddíl 4.2**

$$cf := \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 5 & 20 \\ 20 & 50 \end{pmatrix}$$

reálný rozsah optimalizovaného parametru: hodnota parametru po modernizaci nemůže být nižší než hodnota před modernizací (d_0), předpokládá se, že zesilování na více než 40 % původní hodnoty není ekonomicky optimální

$$d_{\min} := d_0$$

$$d_{\max} := 1.4 \cdot d_0$$

očekávané náklady, pokud konstrukce není modernizována **vztah (4b)**

$$Cnr(\chi, d, cf, t) := cf \cdot \sum_{i=1}^{nint} \frac{pf\left(\chi, d, \frac{t}{nint} \cdot i\right) - pf\left[\chi, d, \max\left[0.001, \frac{t}{nint} \cdot (i-1)\right]\right]}{\left[1 - pf\left[\chi, d, \frac{t}{nint} \cdot (i-0.5)\right]\right] \cdot (1+q)^{\frac{t}{nint} \cdot (i-0.5)}}$$

$$Cnr(0.5, d_0, cf_{2,2}, t) = 0.189$$

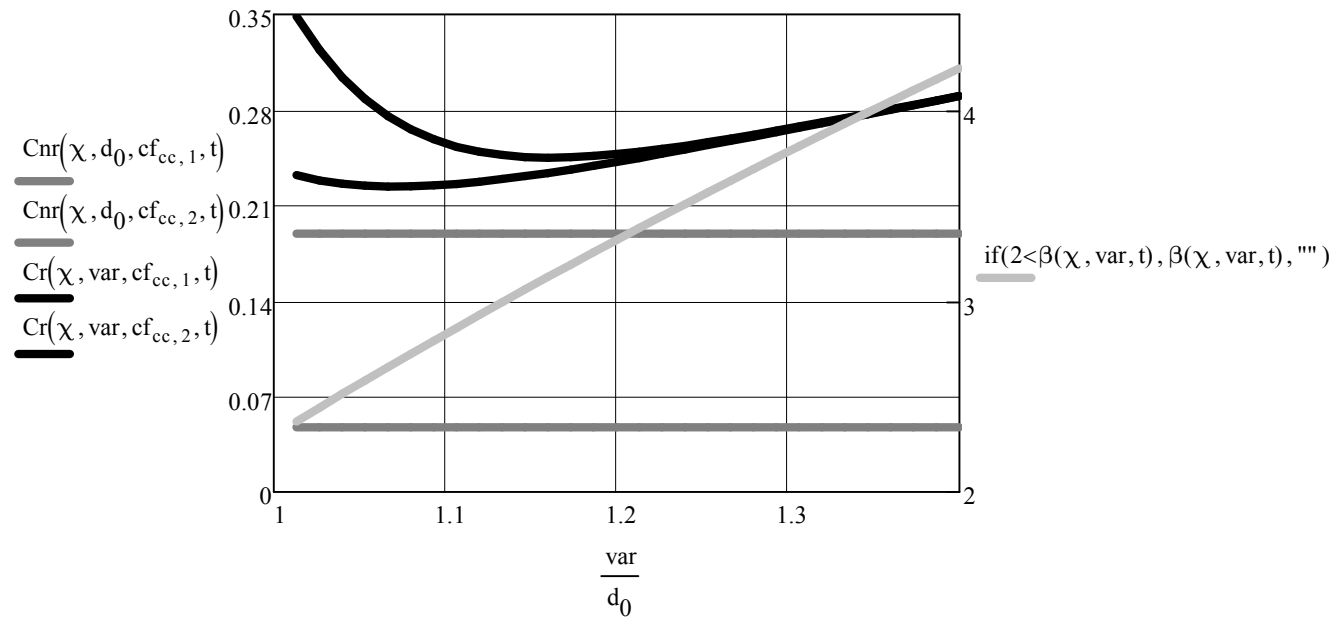
očekávané náklady, pokud konstrukce je modernizována **vztah (4a)**

$$Cr(\chi, d, cf, t) := c_m(\chi, d, t) + c_0 + cf \cdot \sum_{i=1}^{nint} \frac{pf\left(\chi, d, \frac{t}{nint} \cdot i\right) - pf\left[\chi, d, \max\left[0.001, \frac{t}{nint} \cdot (i-1)\right]\right]}{\left[1 - pf\left[\chi, d, \frac{t}{nint} \cdot (i-0.5)\right]\right] \cdot (1+q)^{\frac{t}{nint} \cdot (i-0.5)}}$$

$$Cr(0.5, 1.5 \cdot d_0, cf_{2,2}, t) = 0.315$$

3.2 Optimalizace

$\chi = 0.50$ $t = 15.00$... volba třídy následků **oddíl 4.2** $cc := 2$



Obr. 2. Normované celkové náklady jako funkce poměru d/d_0 pro různá $c_{f,min}$ a $c_{f,max}$ pro zvolenou třídu následků; index spolehlivosti v závislosti na d/d_0 . optimální modernizační strategie *vztah (5)*

$$\text{opt}(\chi, cf, t) := \left(\begin{array}{l} \Delta d \leftarrow \frac{d_{\max} - d_{\min}}{n_{\text{opt}}} \\ d_{\text{opt}} \leftarrow d_{\min} \\ Ct0 \leftarrow 10^{10} \\ Ct1 \leftarrow Ct0 - 1 \\ \text{while } Ct1 - Ct0 < 0 \\ \quad \left(\begin{array}{l} Ct0 \leftarrow Ct1 \\ d_{\text{opt}} \leftarrow d_{\text{opt}} + \Delta d \\ Ct1 \leftarrow Cr(\chi, d_{\text{opt}}, cf, t) \end{array} \right) \\ d_{\text{opt}} \leftarrow d_{\text{opt}} - \frac{\Delta d}{2} \\ Ct1 \leftarrow Cr(\chi, d_{\text{opt}}, cf, t) \\ \left(\begin{array}{l} d_{\text{opt}} \\ Ct1 \end{array} \right) \end{array} \right)$$

optimální hodnota parametru d pro $c_{f,\min}$ a $c_{f,\max}$ podle zvolené třídy následků **vztah (5)** $d_{\text{opt}}(\chi, cf, t) := \text{opt}(\chi, cf, t)_1$

$$\frac{d_{\text{opt}}(\chi, cf_{cc,1}, t)}{d_0} = 1.07$$

$$\frac{d_{\text{opt}}(\chi, cf_{cc,2}, t)}{d_0} = 1.16$$

optimální hodnota indexu spolehlivosti odpovídajícímu d_{opt} pro $c_{f,\min}$ a $c_{f,\max}$ podle zvolené třídy následků **vztah (6)** $\beta_{\text{up}}(\chi, cf, t) := \beta(\chi, d_{\text{opt}}(\chi, cf, t), t)$

$$\beta_{\text{up}}(\chi, cf_{cc,1}, t) = 2.69$$

$$\beta_{\text{up}}(\chi, cf_{cc,2}, t) = 3.13$$

výpočet minimální přijatelné hodnoty d_0 a β_0 **vztah (7)**

$$\text{opt2}(\chi, cf, t) := \left(\begin{array}{l} \Delta d \leftarrow \frac{d_{\max} - d_{\min}}{\text{nopt}} \\ \text{dopt} \leftarrow d_{\text{opt}}(\chi, cf, t) \\ \text{dlim} \leftarrow \text{dopt} \\ \text{while } Cr(\chi, \text{dopt}, cf, t) - Cnr(\chi, \text{dlim}, cf, t) > 0 \\ \quad \text{dlim} \leftarrow \text{dlim} - \Delta d \\ \text{dlim} \leftarrow \text{dlim} + \frac{\Delta d}{2} \\ \text{bt0} \leftarrow \beta(\chi, \text{dlim}, t) \\ \left(\begin{array}{l} \text{dlim} \\ \text{bt0} \end{array} \right) \end{array} \right.$$

minimální přijatelná hodnota d_0 pro $c_{f,\min}$ a $c_{f,\max}$ podle zvolené třídy následků **vztah (7)** $d_{\text{lim}}(\chi, cf, t) := \text{opt2}(\chi, cf, t)_1$

$$d_{\text{lim}}(\chi, cf_{cc,1}, t) = 0.67 \quad d_{\text{lim}}(\chi, cf_{cc,2}, t) = 0.74$$

limitní index spolehlivosti β_0 pro $c_{f,\min}$ a $c_{f,\max}$ podle zvolené třídy následků **vztah (8)** $\beta_0(\chi, cf, t) := \beta(\chi, d_{\text{lim}}(\chi, cf, t), t)$

$$\beta_0(\chi, cf_{cc,1}, t) = 1.66 \quad \beta_0(\chi, cf_{cc,2}, t) = 2.20$$